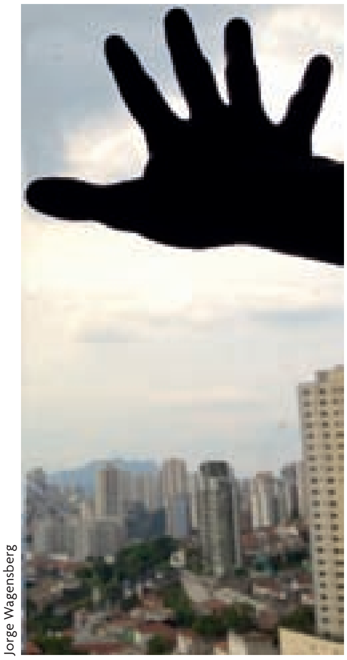
Números de buena familia

por Jorge Wagensberg

¿Qué tienen en común un árbol, un planeta, un disgusto y una promesa? ¡El número uno! Los números son la abstracción del lenguaje que permite, entre otras cosas, dar cuenta de la cantidad sin atender demasiado a la calidad. Si un pastor tiene solo cuatro ovejas no necesita saber de números para comprobar cada mañana que todas han sobrevivido a la noche. Las conoce a todas, quizá incluso por su nombre: Negrita, Luna, Nina y Teresa. Pero la cantidad, como abstracción de la calidad, se hace imprescindible si el rebaño del pastor consta de ochocientas ovejas. Uno, dos, tres,… son los números naturales. Los números naturales cuentan y ordenan. Sin embargo, hay que ampliar la familia para incluir el misterioso número cero y los números negativos. Es una necesidad porque de lo contrario no podemos dar cuenta de una deuda, nos confundimos cada mil años cuando adelantamos un año la celebración del cambio de milenio o nos incomoda nombrar los pisos de un rascacielos sin destacar la planta más usada: la planta cero por la que se entra y sale del edificio… menos tres, menos dos, menos uno, cero, uno, dos, tres… son los números enteros. Los números enteros cuentan y ordenan a ambos lados de una referencia.



Jorge Wagensberg

«Los números son la abstracción del lenguaje que permite, entre otras cosas, dar cuenta de la cantidad sin atender demasiado a la calidad»

Sin embargo, tampoco basta esta familia porque no siempre se puede repartir una cantidad nombrada con un número entero de manera que lo que le toca a cada una de las partes sea también nombrado con un número entero. Un número racional se define con un par de números enteros… un medio, dos tercios, veintidós séptimos… Los números racionales reparten, miden, calculan proporciones, resuelven algunas ecuaciones. Sin embargo, no toda ecuación tiene solución racional, ni todo problema geométrico es tratable con esta familia de números. Por ejemplo, no hay ningún número racional que multiplicado por sí mismo sea igual a dos. Por ejemplo, la razón entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro no es un número racional. La raíz de dos o el número pi no son racionales. Son números reales. Los números reales resuelven cualquier geometría y algunas ecuaciones. Pero tampoco todas. Por ejemplo, no existe ningún número real que multiplicado por sí mismo sea igual a menos uno. Llamemos ese número la unidad imaginaria i, con ella se puede ampliar la familia de los números reales a la buena familia de los números complejos. Se intuyen, se imaginan y se comprenden muy bien los números naturales, los números enteros, los números racionales y los números reales, pero ¿cómo intuir un número imaginario o complejo?

Lo intentamos. Buscamos un número que multiplicado por sí mismo sea igual a menos uno. Imaginemos la representación geométrica de esta búsqueda. Será sencillamente el lugar geométrico donde se cortan dos curvas, la parábola $y=x^2$ y la recta $y=-1$. Sin embargo, la parábola está siempre en la parte positiva del plano xy, mientras que la recta $y=-1$ está siempre en la parte negativa. O sea: la intersección entre las dos curvas es imposible, o sea: la ecuación $x^2=-1$ no tiene solución real [en contraste con las curvas $y=x^2$ y la curva $y=1$, que se cortan en dos puntos de coordenadas (–1,1) y (1,1)]. No hay manera de que la parábola $y=x^2$ y la recta $y=-1$ se encuentren en el mundo real… ¡Pero sí pueden hacerlo en el mundo imaginario! ¿Cómo imaginar un mundo así? Basta considerar que el eje $y=0$ es un espejo semitransparente. La parábola $y=x^2$ y la recta $y=-1$ no se encuentran la una a la otra en este lado del espejo pero sí detrás de él, ya que el eje $y=0$, por ser espejo, refleja la parábola y por ser transparente permite ver la recta. ¿Pensó en esta metáfora el que bautizó a estos números como imaginarios? Probablemente no, pero acertó de lleno con su intuición. Los números imaginarios y los complejos viven detrás del espejo en el país de las maravillas de Lewis Carrol… Son poéticos y de otro mundo, pero tienen mucho que ver con éste. En efecto, en las leyes fundamentales de la física aparecen toda clase de números, el 2, los números pi o el e pero también la unidad imaginaria i. Necesitamos los números imaginarios para gobernar el mundo real (por ejemplo la ecuación de Schrödinger para la física cuántica) aunque luego nos interesen solo las soluciones reales, es decir, las que son de este más acá.

Jorge Wagensberg. Profesor titular del departamento de Física Fundamental. Universidad de Barcelona.